

Streszczenie rozprawy doktorskiej

„Quantum walks: various models and their algorithmic applications”

mgr Przemysław Sadowski

Instytut Informatyki Teoretycznej Polskiej Akademii Nauk

W niniejszej pracy doktorskiej podjęto tematykę potencjału modelu błędzenia kwantowego w badaniu systemów kwantowych z punktu widzenia przetwarzania informacji oraz implementacji systemów obliczeniowych. Podjęto również próbę wykorzystania modelu do charakteryzacji systemów z wyszczególnieniem efektywnie symulowanych oraz wykazujących cechy ściśle nieklasyczne. Przez systemy ściśle nieklasyczne rozumiejąc przypadki gdy otrzymywane parametry systemu lub korelacje wyników nie mogą być otrzymywane klasycznie.

Błądzenie kwantowe jest odpowiednikiem błędzenia losowego, które w klasycznej fizyce (również jako ruchy Browna) oraz informatyce jest istotnym modelem. W zastosowaniach fizycznych, rozwijane m.in. przez Einsteina w celu badania ruchu cząstek i modelu atomu, były przyczynkiem do powstania nowej gałęzi fizyki statystycznej. W informatyce natomiast błędzenie losowe znajduje szerokie zastosowania w analizie sieci. Kwantowy odpowiednik służy w kwantowej teorii informacji jako model obliczeniowy i z powodzeniem jest stosowany do badania interferencji, splątania, pomiaru, faz topologicznych, teorii cechowania czy relatywistycznej mechaniki kwantowej. Szczególnym wariantem błędzenia kwantowego jest model otwartego błędzenia kwantowego, będący najbardziej ogólnym modelem dyskretnego błędzenia kwantowego. Pozwala on na opisanie systemu, gdzie zmiana położenia jest powiązana z dowolnym kanałem kwantowym, uwzględniając operacje związane z przygotowaniem stanu i pomiarem, jak i oddziaływanie ze środowiskiem oraz wpływ szumu. Przesłanką wyboru tematu dysertacji była chęć podjęcia próby opracowania relatywnie prostego i intuicyjnego środowiska do analizy kwantowych systemów przetwarzania informacji.

Praca zawiera opis modeli błędzenia kwantowego oraz zastosowanie ich do analizy kwantowych systemów przetwarzania informacji. Błądzenie kwantowe ma tę zaletę, że jest modelem prostym i intuicyjnym. Jednym z wyników jest przedstawienie szeregu przykładów, w których prostota modelu błędzenia pozwoli stawiać oraz dowodzić hipotezy dotyczące własności dynamiki przetwarzania informacji w systemie.

Sformułowano następujące cele dysertacji:

1. Zbadanie możliwości określania zachowania granicznego przy modyfikacji podstawowego modelu błędzenia kwantowego.
2. Analiza możliwości wykorzystania wiedzy o zachowaniu granicznym w modelowaniu sieci kwantowych i protokołów diagnostyki stanu sieci.
3. Dokonanie analizy możliwości zastosowania błędzenia kwantowego w implementacji wybranych modeli zaczerpniętych z klasycznej teorii gier.
4. Zbadanie potencjału wykorzystania modelu błędzenia kwantowego w opisie algorytmów heurystycznych.
5. Opracowanie pojęć kwantowego średniego czasu powrotu i kwantowego średniego czasu dojścia dla modelu otwartego błędzenia kwantowego.
6. Wykorzystanie opracowanych pojęć w celu analizy zachowania modelu otwartego błędzenia kwantowego w przypadku grafów skończonych.
7. Dokonanie analizy granicznego zachowania modelu otwartego błędzenia kwantowego w przypadku grafów nieskończonych.

Praca składa się z 9 rozdziałów. Pierwsze trzy rozdziały stanowią kolejno motywację dla rozprawy, wstęp matematyczny z opisem niezbędnych podstaw kwantowej teorii informacji oraz wprowadzenie do zagadnienia błędzenia kwantowego.

Rozdział czwarty dotyczy przypadku unitarnego błędzenia kwantowego. Został w nim zawarty opis badań uogólnionego modelu błędzenia na cyklu, rozszerzonego o dodatkowe połączenia dalekiego zasięgu. Tego typu połączenia pozwalają zmienić relatywnie prosty model cyklu, w posiadającą interesujące cechy sieć typu *small-world*. Badany model wpisuje się w rodzinę systemów związaną z badaniem błędzenia odwracalnego na grafie skierowanym. Celem opisanych badań było wyszczególnienie cech unikalnych dla omówionego modelu, pozwalających postawić hipotezę o występowaniu dynamiki opisanego błędzenia w oparciu o cechy granicznego rozkładu prawdopodobieństwa. W szczególności uzyskany rezultat jest charakteryzacją przypadków, gdy graniczny rozkład prawdopodobieństwa przybiera postać okresową. Okresowość, poza przypadkami trywialnymi, jest fenomenem nie pojawiającym się w standardowych modelach błędzenia, zarówno klasycznego jak i kwantowego. Dodatkowo, w rozdziale tym zawarto propozycję wykrywania łamania okresowości jako metodę wykrywania zaburzeń dynamiki systemu.

Kolejnym badanym zagadnieniem, przedstawionym w rozdziale piątym, jest kwantowa teoria gier. Jest to dziedzina istotna również z punktu widzenia charakteryzacji sytuacji, gdzie dynamika systemu kwantowego nie może być symulowana klasycznie. Połączenie tych zagadnień bazuje na nierównościach opisujących ograniczenia dla optymalnych strategii graczy, które znalazły zastosowanie dla badania złożoności komunikacji. W pracy analizie poddana została gra znana jako *Magnus-Derek game*. Opisywana gra posiada interpretację jako model możliwości eksploracji sieci kwantowej w przypadku, gdy wykonujący przeszukiwanie dysponuje zawodnym poczuciem kierunku. Główną cechą modelu jest to, że istnieją dwa niezależnie sterowane rejestry związane odpowiednio z wielkością kroku i kierunkiem ruchu w sieci. Rozdział przedstawia analizę możliwości eksploracji sieci w zależności od jej wielkości, a także operacji jakie mogą być dokonywane na poszczególnych rejestrach. Osiągniętym wynikiem jest opracowanie części strategii kwantowych dla graczy oraz dowody nierówności opisujących osiągalną efektywność graczy.

Tematem rozdziału szóstego jest możliwość wykorzystania modelu błędzenia kwantowego do opisywania i badania efektywności algorytmów heurystycznych. W szczególności uwzględnione zostały algorytmy zdefiniowane na bazie pewnej zadanej czarną skrzynką funkcji oszacowania wraz z niezależnie zdefiniowanymi przesłankami heurystycznymi dotyczącymi rozwiązania optymalnego. W rozważaniach skorzystano z faktu, iż naturalnie związana z modelem błędzenia struktura systemu może służyć jako nośnik informacji. Pokazano, że odpowiednie wykorzystanie wiedzy o informacji zawartej w sieci pozwala zmniejszyć koszt szukania rozwiązania mierzony ilością wywołań funkcji oszacowania.

Badania przedstawione w rozdziale siódmym opierają się na zaproponowanych w pracy narzędziach pozwalających na badanie dynamiki rozpraszania na grafie w modelu otwartego błędzenia kwantowego. W szczególności w pracy zawarte są opracowane definicje średniego czasu przejścia (MFPT) i średniego czasu powrotu (ART) dla otwartego błędzenia kwantowego na dowolnym grafie. Wprowadzone pojęcia są zbudowane na bazie koncepcji cząstkowego pomiaru, zwracającego, oraz jednocześnie niszczącego, jedynie część informacji o systemie. Dzięki takiemu podejściu możliwe jest opisanie procesu z dobrze zdefiniowanym pojęciem odwiedzenia wierzchołka oraz wykorzystanie go do mierzenia czasu przejścia, mimo iż pojęcie odwiedzenia wierzchołka w przypadku kwantowym nie może być wprowadzone poprzez uogólnienie pojęcia klasycznego. Ponadto zaproponowane definicje przy odpowiednim przejściu granicznym sprowadzają się do definicji klasycznych co umożliwia bezpośrednie porównywanie systemów klasycznych i kwantowych przy użyciu tych samych narzędzi. Dodatkowo częścią przedstawionych badań jest opracowanie przykładów błędzenia, dla których średnie wartości MFPT i ART, w porównaniu

ze spodziewanymi wynikami wyprowadzonymi na podstawie teorii klasycznej, pozwalają stwierdzić nieklasycyzność otrzymywanej dynamiki.

W rozdziale ósmym rozważane są asymptotyczne własności błędzenia kwantowego. W tym przypadku istotnym zagadnieniem jest kwestia możliwości efektywnego, klasycznego symulowania zachowania danego systemu dla dużych czasów ewolucji. Ponieważ końcowym wynikiem operacji na systemie w przypadku błędzenia jest wynik pomiaru na rejestrze pozycji, zagadnienie to może zostać sformułowane przez odniesienie do symulowalności rozkładu prawdopodobieństwa pomiaru. Jeżeli na podstawie znanych cech systemu jesteśmy w stanie opisać efektywną procedurę próbkowania z rozkładu bliskiego rozkładowi pomiaru, dany system nie może przedstawiać żadnego potencjału algorytmicznego. Jednym ze sposobów stwierdzenia trywialności rozkładu granicznego jest opracowanie odpowiedniego centralnego twierdzenia granicznego. Najważniejszym wkładem zawartym w tej części pracy jest uogólnienie istniejących twierdzeń granicznych opracowanych dla wąskiej rodziny sieci jednorodnych na sieci ograniczone jedynie niezmiennymi w przestrzeni własnościami statystycznymi.

Zakończenie pracy zawiera podsumowanie wyników badań. Przedstawione zostały przykłady obrazujące, iż model błędzenia kwantowego wykazuje cechy pozwalające wykazywać nieklasycyzność systemów kwantowych w przypadku kwantowej teorii gier oraz opisywać algorytmy osiągające złożoność mniejszą od klasycznych odpowiedników. W przypadku otwartego błędzenia kwantowego możliwe jest również definiowanie nieklasycznego zachowania w otwartych systemach kwantowych oraz charakteryzacja systemów, które można efektywnie symulować. Otrzymane wyniki wspierają tezę, iż model błędzenia kwantowego w sposób relatywnie prosty pozwala stawiać oraz dowodzić hipotezy dotyczące własności dynamiki przetwarzania informacji w kwantowych systemach informatyki.

Gliwice, 25 Stycznia 2017 r.