

Prof. UAM dr hab. Paweł Kurzyński
Wydział Fizyki
Uniwersytet im. Adama Mickiewicza
w Poznaniu

Poznań, 4 kwietnia 2017

Recenzja rozprawy doktorskiej mgr. Przemysława Sadowskiego pt: "Błądzenie kwantowe: różnorodne modele w zastosowaniach algorytmicznych"

Temat podjęty przez mgr. Przemysława Sadowskiego jest moim zdaniem jednym z ciekawszych przykładów pokazujących złożoność i interdyscyplinarność teorii informacji kwantowej. Błądzenie kwantowe, które jest kwantowym odpowiednikiem klasycznego błądzenia losowego, przeplata ze sobą między innymi procesy losowe, teorię grafów, teorię złożoności obliczeniowej, fizykę statystyczną oraz fizykę ciała stałego. Całość tworzy ciekawy model, który ma nie tylko zastosowania algorytmiczne, ale również służy jako prosty, lecz nietrywialny, opis takich zjawisk fizycznych jak np. chaos kwantowy, czy relatywistyczne efekty kwantowe. Ponadto, obecne techniki eksperymentalne pozwalają na implementację błądzenia kwantowego pojedynczych fotonów i atomów, dzięki czemu wyniki teoretyczne można zweryfikować w laboratoriach. Myślę, że możemy się nawet pokusić o stwierdzenie, że eksperymentalna implementacja błądzenia kwantowego dała nam dość uniwersalny symulator dynamiki kwantowej.

Mgr. Sadowski postawił sobie za cel zbadanie różnych modeli błądzenia kwantowego oraz ich algorytmicznych zastosowań. W rozprawie znajdziemy model, w którym cząstka może wykonać skoki na dużą odległość, grę Magnusa-Dereka, w której dwójka graczy ma możliwość manipulacji kierunkiem i długością skoku, przeszukiwanie grafu wykorzystujące algorytm szacowania fazy oraz tzw. "otwarty" model błądzenia kwantowego, w którym dynamika jest w ogólności nieodwracalna. Moim zdaniem, autorowi udało się pokazać szeroki wachlarz możliwości jakie oferuje omawiany model. Ponadto, warto zaznaczyć, że omawiane zagadnienia są niezwykle aktualne i cieszą się dużą popularnością wśród badaczy z całego świata.

Rozprawa została spisana w języku angielskim i składa się z dziewięciu rozdziałów. W pierwszym rozdziale autor w przekonujący i zwięzły sposób motywuje swoje badania. W kolejnych dwóch znajdziemy rzetelne wprowadzenie do niezbędnych pojęć z zakresu matematyki i fizyki kwantowej oraz do modelu błądzenia kwantowego. Rozdziały od czwartego do ósmego zawierają główne wyniki rozprawy, które omówię szczegółowo za chwilę. Ostatni rozdział stanowi podsumowanie oraz kilka sugestii co do potencjalnego zastosowania otrzymanych wyników.

Moje ogólne wrażenie jest bardzo pozytywne. Uważam, że zaprezentowane wyniki są wysokiej jakości i zdecydowanie poszerzają naszą wiedzę o błędzeniu kwantowym. Ponadto, rozprawa została spisana w sposób jasny i staranny, autor unika zbędnego żargonu, załączone ilustracje uzupełniają informacje podane w tekście, a literatura zawiera dobrze dobrane pozycje i potwierdza, że autor jest naprawdę niezłe zorientowany w tym temacie. Większość z przedstawionych wyników została opublikowana w bardzo dobrych międzynarodowych czasopismach naukowych. Warto zaznaczyć, że mgr. Sadowski jest współautorem, pierwszym autorem, lub jedynym autorem, czternastu prac (jedenaście z nich zostało już opublikowanych). Pięć z wymienionych prac zawiera wyniki zebrane w rozprawie, a pozostałe dziewięć składa się na resztę dorobku naukowego. Taki dorobek zasługuje na uznanie, szczególnie na tak wczesnym etapie kariery naukowej.

Jak wspominałem, główne wyniki rozprawy zebrano w pięciu rozdziałach. W rozdziale czwartym przedstawiono tzw. żywe (skoczne) błędzenie kwantowe (od ang. *lively quantum walks*). Jest to model, w którym cząstka może poruszać się nie tylko jeden krok w lewo lub w prawo, lecz też wykonać skok o kilka pozycji. W szczególności, autor dokonał dokładnej analizy wartości własnych i wektorów własnych operatora ewolucji unitarnej dla błędzenia na cyklu i pokazał, że graniczne rozkłady prawdopodobieństwa mają ciekawą strukturę. Okazuje się, że rozkład graniczny jest periodyczny, a jego okres zależy od tego czy ilość wierzchołków cyklu i długość skoku są liczbami względnie pierwszymi. Ponadto, autor pokazał, że w takim modelu cząstki nie można uwięzić w jednej pozycji oraz, że model pozwala na wykrycie defektów sieci.

W rozdziale piątym autor zaprezentował błędzenie kwantowe na cyklu, w którym ewolucja jest określana przez dwie osoby grające w pewnego rodzaju grę na sieci. Jedna z osób (Magnus) może wybrać o ile pozycji przesunie się cząstka, a jej celem jest odwiedzenie jak największej ilości wierzchołków. Druga osoba (Derek) wybiera kierunek ruchu, a jej celem jest zminimalizowanie ilości wierzchołków odwiedzonych przez pierwszego gracza. Okazuje się, że model kwantowy gry pozwala na znacznie szerszy wybór strategii niż model klasyczny. Co ciekawe, w analizie strategii ważną rolę odgrywa subtelna różnica pomiędzy dwoma kluczowymi pojęciami takimi jak odwiedzenie wierzchołka i osiągnięcie wierzchołka.

W rozdziale szóstym przedstawiono nowe algorytmy przeszukiwania sieci. Przeszukiwanie oparte jest na zmodyfikowanym modelu błędzenia kwantowego, w którym cząstka może dodatkowo nabierać fazę przy przejściu z jednego wierzchołka na inny. Jest to bardzo interesujący model, ponieważ łączy on w sobie dwa podstawowe algorytmy teorii informacji kwantowej - algorytm wzmocnienia amplitudy (który jest standardowym narzędziem kwantowych algorytmów przeszukiwania) oraz algorytm szacowania fazy (który stosuje się np. w algorytmie faktoryzacji Shora). Połączenie ze sobą tych dwóch narzędzi daje nam możliwość jeszcze skuteczniejszego przeszukiwania sieci.

W rozdziale siódmym i ósmym autor omawia model błędzenia w układach otwartych. Muszę przyznać, że te dwa rozdziały są dla mnie szczególnie interesujące. W przypadku unitarnego błędzenia kwantowego model ma wiele ograniczeń wynikających z odwracalności ewolucji. Natomiast, w przypadku układów otwartych ewolucja nie jest unitarna i najczęściej nie jest odwracalna, co daje nam o wiele więcej możliwości. Taki

model najbardziej przypomina kwantową wersję automatów komórkowych. W szczególności, jakiegokolwiek procesy złożone (takie jak np. powstawanie nietrywialnych struktur przestrzennych i czasowych) wymagają nietrywialnej nieodwracalnej dynamiki. W rozdziale siódmym zbadano różnice i podobieństwa w zachowaniu się średnich czasów pierwszego przejścia oraz średnich czasów powrotu dla klasycznych i kwantowych modeli błędzenia na sieciach apollińskich. W rozdziale ósmym zbadano rozkłady graniczne. Na początku autor rozważył błędzenie na niejednorodnych sieciach, które mogą być zredukowane do sieci jednorodnych i pokazał, że w tym przypadku rozkład graniczny jest normalny. Jednakże, klasa redukowalnych modeli jest ograniczona. Znacznie ciekawszym przypadkiem jest błędzenie na nieredukowalnych niejednorodnych sieciach. Analiza takich przypadków jest o wiele trudniejsza, lecz autorowi udało się pokazać, że w sytuacji kiedy różne wierzchołki sieci są rozdystrybuowane zgodnie z translacyjnie symetrycznym rozkładem prawdopodobieństwa, rozkład graniczny jest nadal normalny.

Mam kilka pytań dotyczących głównej części rozprawy. Chciałbym zaznaczyć, że wynikają one głównie z chęci głębszego zrozumienia rozważanych modeli, niż z jakichkolwiek niedociągnięć:

- W rozdziale czwartym autor udowadnia, że *skoczne* błędzenie kwantowe nie może doprowadzić do uwięzienia cząstki w jednym wierzchołku. Dowód oparty jest na analizie wartości własnych operatora ewolucji. Jednak wcześniej pokazano, że wektory własne są stanami Fouriera, tzn., stanami własnymi operatora pędu. Jest to naturalne w układach mających symetrię translacyjną. Czy sam fakt symetrii translacyjnej nie wystarczy za dowód braku pułapkowania?

- Odnoszę wrażenie, że w przypadku kwantowej wersji gry Magnusa i Dereka, ten drugi jest bardziej uprzywilejowany. Dokładniej, w sytuacji kiedy Derek może używać operatorów zależnych od położenia wydaje się on mieć kwantową przewagę nad Magnusem. Co by się stało gdyby Magnus mógł również używać operatorów zależnych od położenia?

- Autor przyjmuje, że otwarte spacery kwantowe nie posiadają stopnia swobody zwanego monetą. Jednakże, całkowita przestrzeń Hilberta składa się z części opisującej położenie na sieci oraz z części opisującej układ dodatkowy. Co więcej, nieunitarne operatory ewolucji generują przejście między wierzchołkami sieci w sposób zależny od stanu układu dodatkowego. Zatem, na ile układ dodatkowy różni się od standardowej monety w modelach z ewolucją unitarną?

- W rozdziale ósmym autor podaje przykłady rozkładów granicznych dla otwartego błędzenia na nieskończonych sieciach. W przypadku sieci nieskończonych trudno założyć, że układ dojdzie do jakiegoś stanu stacjonarnego. Jednakże, w przypadku sieci skończonych rozkład stacjonarny może istnieć dla ewolucji, która nie jest unitarna. Czy autor rozważył takie przypadki?

Podsumowując, rozprawa zawiera imponującą ilość bardzo ciekawych wyników, które stanowią ważny wkład w rozwój badań nad błędzeniem kwantowym. Moim zdaniem zawartość rozprawy znacznie przewyższa ustawowe i zwyczajowe wymogi stawiane

doktorantom. Myślę, że podobny zbiór wyników oraz całkowity dorobek naukowy mógłby śmiało posłużyć za podstawę rozprawy habilitacyjnej. W związku z powyższym, wnioskuję o dopuszczenie mgr. Przemysława Sadowskiego do dalszych etapów przewodu doktorskiego oraz o wyróżnienie przedstawionej przez niego rozprawy.



Paweł Kurzyński